

Fondamenti e filosofia della matematica e della fisica

Programma e riferimenti bibliografici per le lezioni

Introduzione

Tratterò alcuni temi fondamentali dalla filosofia della matematica, concentrandomi su tre momenti storici particolarmente significativi. La quarta lezione sarà dedicata alle questioni sollevate dalla fisica moderna. Più che i dettagli tecnici verranno enfatizzati gli aspetti concettuali e i collegamenti con il pensiero filosofico coevo. I riferimenti bibliografici sono ovviamente incompleti e solo indicativi. Le lezioni sono rivolte principalmente a studenti di matematica, fisica, ingegneria e di filosofia antica e contemporanea.

Lezione 1 – Antichità

Cenni su matematica egizia e babilonese, discusse come una tradizione pratica e algoritmica, orientata principalmente al calcolo, alla misura e all'amministrazione. L' invenzione della matematica da parte dei Greci: svolta decisiva verso l'astrazione, la dimostrazione e la struttura teorica.

Lo sviluppo del concetto di numero, la scoperta delle grandezze irrazionali e la formulazione della teoria delle proporzioni. Questioni filosofiche fondamentali riguardanti la commensurabilità, la continuità e il rigore matematico. Il postulato delle parallele come un esempio precoce di assioma geometrico con profonde conseguenze filosofiche.

Le concezioni antiche dell'infinito e degli infinitesimi, diversità dell'infinito potenziale aristotelico dalle successive nozioni di infinito attuale, e lo status ontologico degli oggetti matematici in Platone, Aristotele e nel neoplatonismo.

Lecture e discussione

Gli *Elementi* di Euclide forniscono il modello canonico della matematica assiomatica e della dimostrazione deduttiva, in particolare si tratteranno temi dai libri I, II, V e X, una traduzione moderna, con ampi saggi introduttivi è [Euc07].

Commenterò testi tratti da , [Fer+13][Pla16], [Gir+07], [Uga12], [Cas12], [Ari84b; Ari84a]. Raccomando molto l' antologia: [Tho39], [Tho41],

Tra le fonti secondarie, l'opera storica di Heath rimane influente per la comprensione della matematica greca[Hea21], [Net99]. [Net22]. Una lettura filosoficamente informata di Euclide è in Mueller, interessantissimi i contributi di Toth per il significato filosofico degli assiomi geometrici [Mue81; Tót72], [Tót66].

Riferimenti primari

- [Ari84a] Aristotle. *Metaphysics*. Trans. by W. D. Ross. Princeton University Press, 1984.
- [Ari84b] Aristotle. *Physics*. Trans. by R. P. Hardie and R. K. Gaye. Princeton University Press, 1984.
- [Cas12] LM Castelli. *Aristotele, Fisica, Libro IV*. 2012.
- [Euc07] Euclide. *Tutte le opere*. Milano, Bompiani, 2007.
- [Fer+13] Franco Ferrari et al. *Teeteto*. Bur, 2013.
- [Gir+07] Giuseppe Girgenti et al. *Democrito. Raccolta dei frammenti, interpretazione e commentario*. Bompiani, 2007.
- [Pla16] Platone. *Platone, Menone, introduzione, traduzione e commento*. Bur, 2016.
- [Tho39] Ivor Thomas. *Greek Mathematical Works: Volume I, Thales to Euclid*.(Loeb Classical Library No. 335). 1939.
- [Tho41] Ivor Thomas. *Greek Mathematical Works: Volume II, From Aristarchus to Pappus*.(Loeb Classical Library No. 362). 1941.
- [Uga12] Monica Ugaglia. *Aristotele, Fisica, Libro III*. 2012.

Letteratura secondaria

- [Hea21] Thomas L. Heath. *A History of Greek Mathematics*. Oxford University Press, 1921.
- [Mue81] Ian Mueller. *Philosophy of Mathematics and Deductive Structure in Euclid's Elements*. MIT Press, 1981.
- [Net22] Reviel Netz. *A new history of Greek mathematics*. Cambridge University Press, 2022.
- [Net99] Reviel Netz. *The Shaping of Deduction in Greek Mathematics*. Cambridge University Press, 1999.

- [Tót66] Imre Tóth. “Das Parallelenproblem im Corpus Aristotelicum”. In: *Archive for history of exact sciences* 3.4-5 (1966), pp. 249–422.
- [Tót72] Imre Tóth. *The Non-Euclidean Revolution*. Cornell University Press, 1972.

Lezione 2 – Fondamenti dell’età moderna

Niccolò Cusano e Nicole Oresme, riflessioni sull’infinito, sulla continuità e sulla rappresentazione geometrica. L’opera di Galileo, matematizzazione della natura e paradossi dell’infinito. L’invenzione del calcolo infinitesimale da parte di Newton e Leibniz, questioni fondamentali sugli infinitesimi e sull’infinito. Distinzione tra infinito categorematico e sincategorematico, la trattazione di Leibniz e interpretazioni recenti.

Critica di Berkeley ai fondamenti concettuali del calcolo differenziale.

Unificazione cartesiana di algebra e geometria, concezione trascendentale kantiana dello spazio come forma dell’intuizione, preodromi ai successivi dibattiti su geometria e fisica.

Lecture e discussione

Come fonti primarie del primo periodo raccomando il *De Docta Ignorantia* di Cusano[Cus81], i lavori di Oresme sulle configurazioni geometriche[Ore68] e i *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze* di Galileo[Gal74]. Per Newton e Leibniz e Berkeley [New60; Lei56], [Ber34]. Ovviamente, per Cartesio e Kant: [Des54; Kan98]. Letteratura secondaria: per collocare il calcolo nel suo contesto storico e filosofico, Mancosu e Bos [Man08; Bos01]. Interpretazioni influenti di Kant e della geometria cartesiana, Friedman e Wilson [Fri92; Wil06].

Riferimenti primari

- [Ber34] George Berkeley. *The Analyst*. London, 1734.
- [Cus81] Nicholas of Cusa. *On Learned Ignorance*. Paulist Press, 1981.
- [Des54] René Descartes. *Geometry*. Dover, 1954.
- [Gal74] Galileo Galilei. *Two New Sciences*. University of Wisconsin Press, 1974.
- [Kan98] Immanuel Kant. *Critique of Pure Reason*. Cambridge University Press, 1998.
- [Lei56] G. W. Leibniz. *Philosophical Papers and Letters*. Reidel, 1956.
- [New60] Isaac Newton. *Method of Fluxions*. Cambridge University Press, 1960.
- [Ore68] Nicole Oresme. *Tractatus de configurationibus qualitatum et motuum*. University of Wisconsin Press, 1968.

Letteratura secondaria

- [Bos01] Henk J. M. Bos. *Redefining Geometrical Exactness: Descartes' Transformation of the Early Modern Concept of Construction*. New York: Springer, 2001.
- [Fri92] Michael Friedman. *Kant and the Exact Sciences*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1992.
- [Man08] Paolo Mancosu. *The Philosophy of Mathematical Practice*. Oxford: Oxford University Press, 2008.

Lezione 3 – Filosofia della matematica tra XIX e XX secolo

La crisi dei fondamenti della matematica e l'emergere della moderna filosofia della matematica. Lavoro di Cauchy sui limiti, inizi di un movimento verso il rigore, completato da Weierstrass e Dedekind attraverso l'aritmetizzazione dell'analisi e l'eliminazione degli infinitesimi.

Teoria degli insiemi di Cantor, l'infinito attuale e nuovi modelli di ontologia matematica. Il logicismo, di Frege e Russell. L'opposizione tra intuizionismo (Brouwer) e formalismo (Hilbert). Husserl, calcolo delle variazioni, problemi di esistenza e fondamenti fenomenologici. Oskar Becker: fenomenologia e storiografia della matematica.

Lecture e discussione

Testi primari per lo sviluppo delle matematiche moderne: Il *Cours d'analyse* di Cauchy[Cau21], *Continuità e numeri irrazionali* di Dedekind[Ded01] e i lavori di Cantor[Can15]. Per il logicismo: *Fondamenti dell'aritmetica* di Frege e l'*Introduzione alla filosofia matematica* di Russell, [Fre53; Rus19]. Fenomenologia e intuizionismo. Per il dibattito tra formalismo e intuizionismo: Brouwer e Hilbert, [Bro08], [Hil26]. Fenomenologia: La *Filosofia dell'aritmetica* di Husserl, i *Fondamenti della matematica* di Becker, [Hus03], [Bec64]. Letteratura secondaria. Contestualizzazione storica in Lakatos, Hallett e Mancosu, [Lak76; Hal84; MBH05]. Molto utili per i rapporti fra Husserl e matematica sono: [VA06], [Sch81], [Mah77]

Riferimenti

- [Bec64] Oskar Becker. *Foundations of Mathematics*. North-Holland, 1964.
- [Bro08] L. E. J. Brouwer. "The Unreliability of the Logical Principles". In: *Proceedings of the Royal Academy of Amsterdam* (1908).

- [Can15] Georg Cantor. *Contributions to the Founding of the Theory of Transfinite Numbers*. Open Court, 1915.
- [Cau21] Augustin-Louis Cauchy. *Cours d'analyse*. Debure, 1821.
- [Ded01] Richard Dedekind. *Continuity and Irrational Numbers*. Dover, 1901.
- [Fre53] Gottlob Frege. *The Foundations of Arithmetic*. Blackwell, 1953.
- [Hal84] Michael Hallett. *Cantorian Set Theory and Limitation of Size*. Oxford: Oxford University Press, 1984.
- [Hil26] David Hilbert. “On the Infinite”. In: *Mathematische Annalen* (1926).
- [Hus03] Edmund Husserl. *Philosophy of Arithmetic*. Springer, 2003.
- [Lak76] Imre Lakatos. *Proofs and Refutations: The Logic of Mathematical Discovery*. Cambridge: Cambridge University Press, 1976.
- [Mah77] Dietrich Mahnke. “From Hilbert to Husserl: First introduction to phenomenology, especially that of formal mathematics”. In: *Studies in History and Philosophy of Science Part A* 8.1 (1977), pp. 71–84.
- [MBH05] Paolo Mancosu, Jacques Bouveresse, and Michael Hallett. *Logic, Methodology and Philosophy of Science: Proceedings of the Twelfth International Congress*. London: College Publications, 2005.
- [Rus19] Bertrand Russell. *Introduction to Mathematical Philosophy*. Allen and Unwin, 1919.
- [Sch81] Roger Schmit. *Husserls Philosophie der Mathematik: platonistische und konstruktivistische Momente in Husserls Mathematikbegriff*. 1981.
- [VA06] Mark Van Atten. *Brouwer meets Husserl: On the phenomenology of choice sequences*. Vol. 335. Springer Science & Business Media, 2006.

Lezione 4 – Questioni filosofiche nella fisica moderna

Il rapporto tra strutture matematiche e realtà fisica, lo statuto di spazio e tempo nella relatività e i fondamenti concettuali della meccanica quantistica. Reinterpretazione einsteiniana della geometria, il ruolo delle simmetrie e della teoria dei gruppi, e la tensione tra continuo e discreto. Dieseguaglianze di Belle, decoerenza e quantum computing. Implicazioni filosofiche.

Lecture e discussione

Per i primi sviluppi: *Philosophy of Mathematics and Natural Science* di Weyl , [Wey49]. Significato fisico della geometria, Einstein, [Ein21]. Altri classici: [Wig60], [Boh58]. Sulla decoerenza: fondamenti [Zeh70], [Zur91]. Il lavoro di Zurek è particolarmente influente nel collegare la decoerenza a prospettive informazionali e darwiniane. Una ammpia trattazione matematica in [Joo+03], dal punto di vista filosofico, [Sch07]. Altre questioni filosofiche sono affrontate in: [Wal12], [Mau11b], [Lan07].

La fonte primaria: articolo di EPR, [EPR35], lavoro di John Bell, [Bel64] e saggi successivi in *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*, [Bel87]. Sul piano filosofico, Maudlin, analisi rigorosa del teorema di Bell e delle sue implicazioni per località e realismo[Mau11a], [Mau12]. Altri lavori: [How89; Nor06] e Landsman [Lan07].

Riferimenti

- [Bel64] John S. Bell. “On the Einstein Podolsky Rosen Paradox”. In: *Physics* 1 (1964), pp. 195–200.
- [Bel87] John S. Bell. *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*. Cambridge University Press, 1987.
- [Boh58] Niels Bohr. *Atomic Physics and Human Knowledge*. Wiley, 1958.
- [Ein21] Albert Einstein. “Geometry and Experience”. In: *Sidelights on Relativity* (1921).
- [EPR35] Albert Einstein, Boris Podolsky, and Nathan Rosen. “Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?” In: *Physical Review* 47 (1935), pp. 777–780.
- [How89] Don Howard. “Bell on Locality and Separability”. In: *Studies in History and Philosophy of Modern Physics* 20 (1989), pp. 1–23.
- [Joo+03] Erich Joos et al. *Decoherence and the Appearance of a Classical World in Quantum Theory*. Berlin: Springer, 2003.
- [Lan07] N. P. Landsman. *Between Classical and Quantum*. New York: Springer, 2007.
- [Mau11a] Tim Maudlin. *Quantum Non-Locality and Relativity*. Wiley-Blackwell, 2011.
- [Mau11b] Tim Maudlin. *Quantum Non-Locality and Relativity: Metaphysical Intimations of Modern Physics*. 3rd ed. Oxford: Wiley-Blackwell, 2011.
- [Mau12] Tim Maudlin. *Philosophy of Physics: Space and Time*. Princeton University Press, 2012.
- [Nor06] Travis Norsen. “Bell Locality and the Nonlocal Character of Nature”. In: *Foundations of Physics Letters* 19 (2006), pp. 633–655.

- [Sch07] Maximilian Schlosshauer. *Decoherence and the Quantum-to-Classical Transition*. Berlin: Springer, 2007.
- [Wal12] David Wallace. *The Emergent Multiverse: Quantum Theory according to the Everett Interpretation*. Oxford: Oxford University Press, 2012.
- [Wey49] Hermann Weyl. *Philosophy of Mathematics and Natural Science*. Princeton University Press, 1949.
- [Wig60] Eugene Wigner. “The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences”. In: *Communications in Pure and Applied Mathematics* (1960).
- [Zeh70] H. Dieter Zeh. “On the Interpretation of Measurement in Quantum Theory”. In: *Foundations of Physics* 1 (1970), pp. 69–76.
- [Zur91] Wojciech H. Zurek. “Decoherence and the Transition from Quantum to Classical”. In: *Physics Today* 44.10 (1991), pp. 36–44.